



MADAN INSTITUIÇÃO DE ENSINO

BOLSÃO PARA OS ALUNOS QUE IRÃO CURSAR TURMA ITA - 2026 VESP

ALUNO:

Nº.:

EMAIL:

TEL.:

ESCOLA ATUAL:

ORIENTAÇÕES

1. **Só abra este caderno quando o fiscal autorizar. Enquanto isso, respire fundo e comece a se concentrar.**
2. Esta prova de bolsão tem duração de **2 horas**.
3. É permitido o uso de **apenas caneta preta. É proibido qualquer outro material escolar.**
4. Não será permitida nenhuma espécie de CONSULTA nem o uso de máquina calculadora ou de dispositivos eletrônicos, tais como celulares, tablets e similares.
5. A Prova do Bolsão é composta por **30 questões de múltipla escolha** (numeradas de 01 a 30), sendo todas de matemática.
6. Verifique se este caderno de questões está completo.
7. Cada questão admite uma única resposta.
8. Antes do final da prova, você receberá uma folha de gabarito para a transcrição das respostas. Usando caneta preta, assinale a opção correspondente à resposta de cada uma das questões de múltipla escolha. **Não esqueça de escrever seu nome, cpf, e-mail e telefone na folha de gabarito e conferir seus dados abaixo.**
9. Cuidado para não errar no preenchimento da folha de gabarito. Se isso correr, avise o fiscal, que lhe fornecerá uma folha extra.
10. **Não haverá tempo suplementar para o preenchimento da folha de gabarito.**
11. A **não devolução** da folha de gabarito e do caderno de questões implicará na desclassificação do candidato.
12. **Aguarde o aviso para iniciar a prova. Ao terminá-la, avise o fiscal e aguarde-o no seu lugar.**
13. **Durante a prova, são vedadas a comunicação entre os alunos e a utilização de qualquer material de consulta, eletrônico ou impresso, de relógios pessoais e de aparelhos de telecomunicação.**
14. Até o dia 08/12/2025, será disponibilizado os respectivos percentuais de desconto.

Declaração

Declaro que li e estou ciente das informações que constam na capa desta prova, na folha de respostas, bem como dos avisos que foram transmitidos pelo fiscal de sala.

ASS.: _____ DATA: ____/____/____

O(a) aluno(a) que não assinar a capa da prova será considerado(a) ausente da prova.

Questão 1

Se α e β são as raízes de $x^2 - px + q = 0$ e α' , β' são as raízes de $x^2 - p'x + q' = 0$, então o valor de $(\alpha - \alpha')^2 + (\beta - \alpha')^2 + (\alpha - \beta')^2 + (\beta - \beta')^2$ é

Alternativas da questão 1

- A $2(p^2 - 2q + p'^2 - 2q' - pp')$
- B $2(p^2 - 2q + p'^2 - 2q' - 2p')$
- C $2(p'^2 - 2q' - p^2 - 2q + pp')$
- D $2(p^2 - 2q + p'^2 - 2q' - qq')$
- E $2(p^2 - 2q - p'^2 - 2q' - qq')$

Questão 2

Se a expressão $x^2 + 2(a + b + c)x + 3(ab + ac + bc)$ é um quadrado perfeito, então

Alternativas da questão 2

- A $a = b \neq c$
- B $a = \pm b = \pm c$
- C $a = b = -c$
- D $a = -b = c$
- E $a = b = c$

Questão 3

Se $x = 1 = \frac{1}{3 + \frac{1}{2 + \frac{1}{3 + \frac{1}{2 \dots \infty}}}}$, então o valor de x é

Alternativas da questão 3

- A $\sqrt{2}$
- B $\sqrt{\frac{3}{2}}$
- C $\sqrt{\frac{5}{2}}$
- D $\sqrt{\frac{5}{3}}$
- E $\sqrt{\frac{7}{3}}$

Questão 4

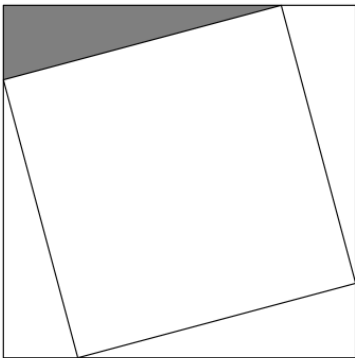
Os números $(2+100)!$, $(3+100)!$, $(4+100)!$, ... , $(100+100)!$:

Alternativas da questão 4

- A São todos múltiplos de 100.
- B São todos não primos.
- C São todos pares.
- D São dois deles primos.
- E Formam uma PA de razão 100!

Questão 5

Um quadrado de área 2 está inscrito em um quadrado de área 3, criando quatro triângulos congruentes, como mostrado na figura abaixo.



Qual é a razão entre o cateto menor e o cateto maior no triângulo retângulo sombreado?

Alternativas da questão 5

- A $\sqrt{3} - \sqrt{2}$
- B $\sqrt{2} - 1$
- C $2 - \sqrt{3}$
- D $\frac{1}{5}$
- E $\frac{1}{4}$

Questão 6

Seja a a maior raiz de $x^2 + x - 1 = 0$. O valor de $a^5 - 5a$ é igual a:

Alternativas da questão 6

- A -3
- B 1
- C -1
- D 2
- E -2

Questão 7

Considere a sequência a_n , em que n é um número inteiro positivo, dada por

$$a_n = \frac{\sqrt{14+6\sqrt{5}}+\sqrt{14-6\sqrt{5}}}{3 \cdot 2^{2n-1}}$$

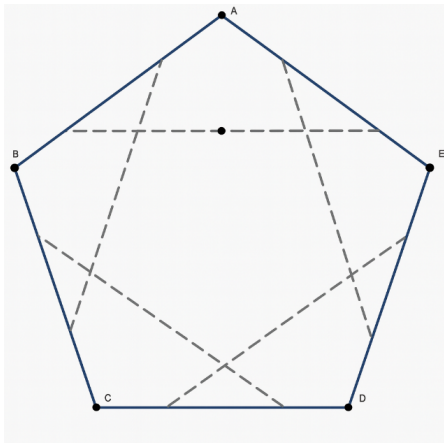
Podemos afirmar que a soma dos 2026 primeiros termos dessa sequência:

Alternativas da questão 7

- A** É um número menor que 1.
- B** É um número maior que 1 e menor que $\frac{6}{5}$.
- C** É um número maior que $\frac{6}{5}$ e menor que $\frac{5}{4}$.
- D** É um número maior que $\frac{5}{4}$ e menor que $\frac{4}{3}$.
- E** É um número irracional.

Questão 8

Um pentágono regular com área $\sqrt{5} + 1$ é impresso em papel e recortado. Os cinco vértices do pentágono são dobrados em direção ao centro do pentágono, criando um pentágono menor.



Qual é a área do novo pentágono?

Alternativas da questão 8

- A** $4 - \sqrt{5}$
- B** $\frac{\sqrt{5+1}}{2}$
- C** $8 - 3\sqrt{5}$
- D** $\frac{2+\sqrt{5}}{3}$
- E** $\sqrt{5} - 1$

Questão 9

Racionalizando a fração $\frac{\sqrt[3]{2}}{1+\sqrt[3]{2}+\sqrt[3]{4}}$, obtemos:

Alternativas da questão 9

- A** $\sqrt[3]{8}$
- B** $\sqrt[3]{4} + \sqrt[3]{2}$
- C** $\sqrt[3]{2}$
- D** $\sqrt[3]{4} - \sqrt[3]{2}$
- E** $\sqrt[3]{4}$

Questão 10

Um paralelepípedo reto retângulo tem volume de 64 cm^3 . A menor área possível desse paralelepípedo é, em cm^2 , igual a:

Alternativas da questão 10

- A** 96
- B** 64
- C** 112
- D** 108
- E** 81

Questão 11

Encontre o número de triplas de inteiros não negativos (a,b,c) que satisfazem:

$$\begin{cases} a + b + c = 300 \\ a^2b + a^2c + b^2a + b^2c + c^2a + c^2b = 6000000 \end{cases}$$

Alternativas da questão 11

- A** 580
- B** 551
- C** 601
- D** 625
- E** 525

Questão 12

Os números de Fibonacci são definidos por: $F_1=1$, $F_2=1$ e $F_n= F_{n-1}+ F_{n-2}$ para $n \geq 3$. Qual é o valor de

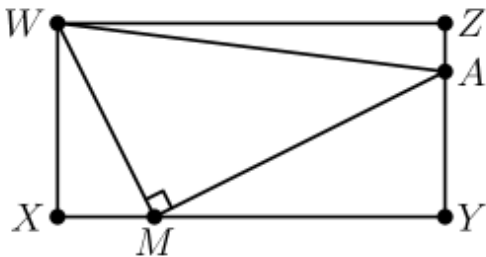
$$\frac{F_2}{F_1} + \frac{F_4}{F_2} + \frac{F_6}{F_3} + \dots + \frac{F_{20}}{F_{10}}$$

Alternativas da questão 12

- A** 321
- B** 318
- C** 322
- D** 319
- E** 320

Questão 13

Na figura abaixo, WXYZ é um retângulo com $WX = 4$ e $WZ = 8$.
O ponto M está sobre XY, o ponto A está sobre YZ, e o ângulo WMA é um ângulo reto.



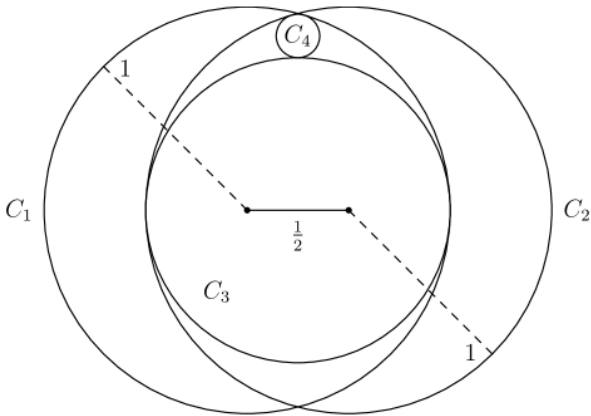
As áreas dos triângulos ΔWXM e ΔWAZ são iguais.
Qual é a área do triângulo ΔWMA ?

Alternativas da questão 13

- A** 14
- B** 17
- C** 16
- D** 13
- E** 15

Questão 14

Os círculos C_1 e C_2 têm cada um raio igual a 1, e a distância entre seus centros é $\frac{1}{2}$.
O círculo C_3 é o maior círculo tangente internamente a ambos C_1 e C_2 .
O círculo C_4 é tangente internamente a C_1 e C_2 e tangente externamente a C_3 .



Qual é o raio de C_4 ?

Alternativas da questão 14

- A** $\frac{1}{12}$
- B** $\frac{1}{9}$
- C** $\frac{1}{14}$
- D** $\frac{3}{28}$
- E** $\frac{1}{10}$

Questão 15

Determine a soma de todos os inteiros positivos n tais que $n^2 - 19n + 99$ é um quadrado perfeito

Alternativas da questão 15

- A** 28
- B** 48
- C** 38
- D** 18
- E** 8

Questão 16

Sejam x , y e z números reais que satisfazem o seguinte sistema de equações:

$$\begin{cases} xy + 4z = 60 \\ yz + 4x = 60 \\ zx + 4y = 60 \end{cases}$$

Seja S o conjunto dos possíveis valores de x .
Determine a soma dos quadrados dos elementos de S .

Alternativas da questão 16

- A** 328
- B** 302
- C** 218
- D** 273
- E** 238

Questão 17

Todas as manhãs, Daniel faz uma caminhada de 9 quilômetros e depois para em uma cafeteria.

Quando ele caminha a uma velocidade constante de a quilômetros por hora, a caminhada leva 4 horas, incluindo t minutos gastos na cafeteria.
Quando ele caminha a $(a + 2)$ quilômetros por hora, a caminhada leva 2 horas e 24 minutos, incluindo t minutos gastos na cafeteria.

Suponha que Daniel caminhe a $(a + 1/2)$ quilômetros por hora.
Determine o número de minutos que a caminhada leva, incluindo os t minutos passados na cafeteria.

Alternativas da questão 17

- A** 203 minutos
- B** 205 minutos
- C** 204 minutos
- D** 201 minutos
- E** 200 minutos

Questão 18

Seja M o maior número inteiro tal que $M + 1213$ e $M + 3773$ sejam ambos quadrados perfeitos.
Qual é o algarismo das unidades de M ?

Alternativas da questão 18

- A** 8
- B** 6
- C** 1
- D** 2
- E** 3

Questão 19

Qual é o menor valor de n tal que $n!$ seja múltiplo de 2024?

Alternativas da questão 19

- A** 253
- B** 23
- C** 21
- D** 22
- E** 11

Questão 20

Qual é o valor de $9901 \times 101 - 99 \times 10101$?

Alternativas da questão 20

- A** 2020
- B** 200
- C** 20
- D** 202
- E** 2

Questão 21

Qual o valor de $\frac{1}{1 \cdot 2} + \frac{1}{2 \cdot 3} + \frac{1}{3 \cdot 4} + \frac{1}{4 \cdot 5} + \dots$?

Alternativas da questão 21

- A** 1
- B** 9/10
- C** 4/5
- D** 19/20
- E** 99/100

Questão 22

Os números inteiros a , b e c satisfazem as condições:

$$\begin{cases} ab + c = 100 \\ bc + a = 87 \\ ac + b = 60 \end{cases}$$

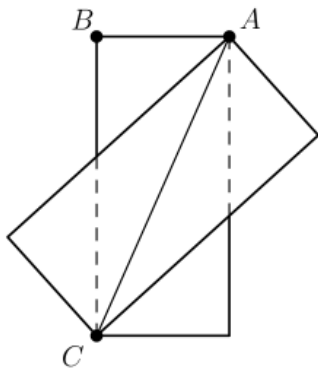
Qual é o valor de $ab + bc + ca$?

Alternativas da questão 22

- A 284
- B 258
- C 212
- D 276
- E 247

Questão 23

Sobre um cartão retangular com lados de comprimento 1 e $2 + \sqrt{3}$, coloca-se um cartão idêntico de modo que duas de suas diagonais fiquem alinhadas (AC neste caso). Continue o processo, adicionando um terceiro cartão ao segundo, e assim por diante, alinhando as diagonais sucessivas após girar no sentido horário.



No total, quantos cartões devem ser usados até que um vértice de um novo cartão coincida exatamente com o vértice rotulado como B na figura?

Alternativas da questão 23

- A 12
- B 10
- C 14
- D 6
- E 8

Questão 24

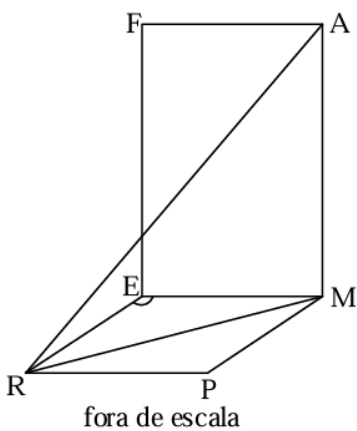
As notações $\text{mmc } A$ e $\text{mdc } A$ designam, respectivamente, o mínimo múltiplo comum e o máximo divisor comum dos elementos do conjunto A .
Se n é um número natural tal que $\text{mmc } \{n, \text{mdc } \{18, 2n\}\} = 4$, então $2^n + n$ é igual a:

Alternativas da questão 24

- A $3n$
- B $4n$
- C $7n$
- D $5n$
- E $6n$

Questão 25

A figura indica o retângulo FAME e o losango MERP desenhados, respectivamente, em uma parede e no chão a ela perpendicular. O ângulo MÉR mede 120° , $ME = 2\text{m}$ e a área do retângulo FAME é igual a 12m^2 .



Na situação descrita, a medida de RA é:

Alternativas da questão 25

- A** $4\sqrt{2}m$
- B** $3\sqrt{2}m$
- C** $4\sqrt{3}m$
- D** $5\sqrt{2}m$
- E** $3\sqrt{3}m$

Questão 26

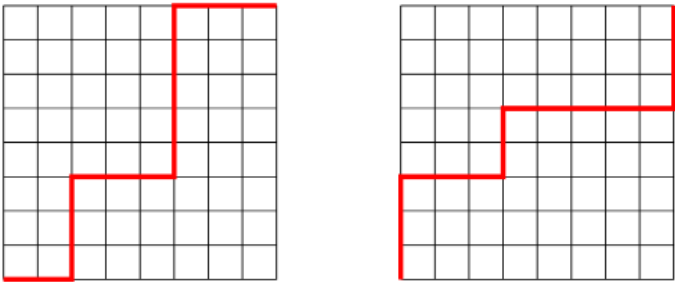
Dados x, y, z reais, o menor valor possível para a expressão $E= x^2+ 4y^2+ 3z^2+2x+20y+6z+99$ é igual a:

Alternativas da questão 26

- A** 63
- B** 70
- C** 61
- D** 66
- E** 55

Questão 27

Considere os caminhos de comprimento 16 que seguem as linhas do canto inferior esquerdo até o canto superior direito em uma grade 8×8 . Encontre o número de tais caminhos que mudam de direção exatamente quatro vezes, como nos exemplos mostrados abaixo.



Alternativas da questão 27

- A** 294
- B** 266
- C** 378
- D** 441
- E** 336

Questão 28

Se α e β são as raízes da equação $\alpha x^2 + bx + c = 0$, então o valor de $\frac{a\alpha^2+c}{a\alpha+b} + \frac{a\beta^2+c}{a\beta+b}$ é:

Alternativas da questão 28

- A** $\frac{b(b^2-2ac)}{a^2c}$
- B** $\frac{b(b^2-4ac)}{2a}$
- C** $\frac{b(b^2-3ac)}{2a}$
- D** $\frac{b(b^2-2ac)}{3a}$
- E** $\frac{b(b^2-2ac)}{4a}$

Questão 29

Qual desses produtos não pode ser escrito como a diferença de dois quadrados perfeitos?

Alternativas da questão 29

- A** 2024×2026
- B** 2023×2025
- C** 2023×2024
- D** 2025×2026
- E** 2024×2025

Questão 30

A soma de todos os inteiros positivos m tais que $1386/m$ é um quadrado perfeito pode ser escrita como $2^a \cdot 3^b \cdot 5^c \cdot 7^d \cdot 11^e \cdot 13^f$, onde a, b, c, d, e, f são inteiros positivos. O valor de $a+b+c+d+e+f$ é:

Alternativas da questão 30

- A** 48
- B** 8
- C** 24
- D** 12
- E** 36