Centro de Ensino MADAN
Prova de Admissão

Instruções para a realização da Prova de Admissão da Turma ITA/IME 2020 do Centro de Ensino MADAN.

1. Esta prova de admissão tem duração total de 2 horas.
2. É permitido o uso **apenas** de lápis (ou lapiseira), caneta e borracha. **É proibido qualquer outro material escolar.**
3. A Prova de Admissão é composta por **40 questões de múltipla escolha** (numeradas de 01 a 40), sendo todas de **Matemática**.
4. Verifique se este caderno de questões está completo.
5. Cada questão admite **uma única** resposta.
6. Antes do final da prova, você receberá uma folha de gabarito para a transcrição das respostas. Usando caneta azul ou preta, assinale a opção correspondente à resposta de cada uma das questões de múltipla escolha.
7. Cuidado para não errar no preenchimento da folha de gabarito. Se isso correr, avise o fiscal, que lhe fornecerá uma folha extra, com o cabeçalho devidamente preenchido.
8. **Não haverá tempo suplementar para o preenchimento da folha de gabarito.**
9. A **não devolução** da folha de gabarito e do caderno de questões implicará na **desclassificação do candidato.**
10. **Somente** os candidatos que permanecerem na sala até o final das **duas** horas de prova estarão autorizados a levar o caderno de questões.
11. **Aguarde o aviso para iniciar a prova. Ao terminá-la, avise o fiscal e aguarde-o no seu lugar.**
12. No dia 27/01/2020, o gabarito com a resolução desta prova estará disponibilizado no site do MADAN (www.madan.com.br), além da listagem dos 40 primeiros candidatos com as melhores pontuações. Haverá também a publicação de uma lista de suplência.
13. A partir do dia 27/01/2020, segunda-feira, os 40 primeiros candidatos com as melhores pontuações estarão autorizados a se matricular na Turma ITA/IME do Centro de Ensino MADAN. Esses candidatos receberão uma notificação por telefone e por e-mail, em que deverão confirmar a matrícula.
14. Em caso de desistência, os suplementes serão imediatamente avisados por telefone e por e-mail.

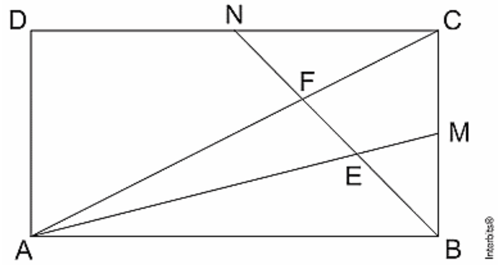
Questão 1

O número 9XYZ2 é o produto de 3 números pares consecutivos, onde X, Y e Z são algarismos ocultos. O valor da soma X + Y + Z é:

a) 13
b) 7
c) 10
d) 16
e) 19

Questão 2

Na figura, o retângulo ABCD tem lados de comprimento AB = 4 e BC = 2. Sejam M o ponto médio do lado $\overline{BC}$ e N o ponto médio do lado $\overline{CD}$. Os segmentos $\overline{AM}$ e $\overline{AC}$ interceptam o segmento $\overline{BN}$ nos pontos E e F, respectivamente. A área do triângulo AEF é igual a:



a) $\frac{24}{25}$

b) $\frac{29}{30}$

c) $\frac{61}{60}$

d) $\frac{16}{15}$

e) $\frac{23}{20}$

Questão 3

Ao fatorar e efetuar as simplificações na fração

$$\frac{-ab^2 + b^2c + bc^2 + ac^2 - a^2c - a^2b}{a^2c + 2abc + b^2c - a^3 - 2a^2b - ab^2}$$

considerando sua devida existência, obtém-se:

a) $\frac{b+c}{c-a}$

b) $\frac{b+c}{a+b}$

c) $\frac{2a+c}{c-a}$

d) $\frac{b+c-a}{a+b}$

e) $\frac{b-c}{a-b}$

Questão 4

Seja $p(x) = x^2 - 2016x - 2017$ um polinômio com "x" real tal que p(60.002) = k.
Sendo assim, o valor de p(-57.986) é:

a) k b) 2k + 1 c) k^2 d) $3k^2 - 1$ e) $5 - k^2$

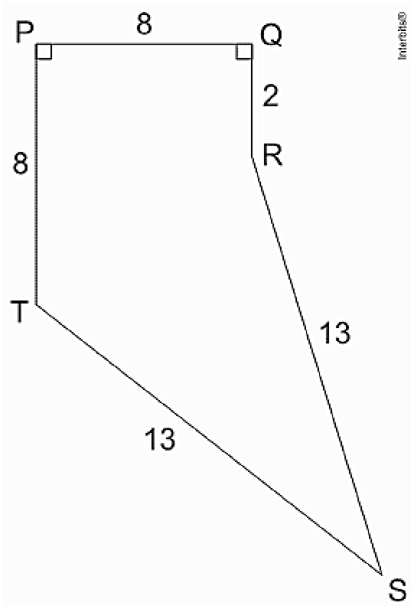
Questão 5

Numa certa sala, os advogados sempre mentem e os médicos sempre falam a verdade. Larissa, uma empresária, entrou na sala e perguntou ao primeiro: o senhor é advogado? E este, de brincadeira, respondeu à pergunta em chinês. Um segundo disse: vou traduzir. O primeiro respondeu que não é advogado. Um terceiro disse o primeiro realmente é um advogado. Do exposto podemos concluir que:

a) O segundo é advogado.
b) O primeiro é médico, mas o terceiro é advogado.
c) Somente é possível afirmar que o segundo é um médico.
d) O segundo e o terceiro são advogados.
e) O terceiro certamente é médico.

Questão 6

Na figura a seguir, são mostradas as medidas em centímetros dos lados de um pentágono PQRST, em que os ângulos P e Q são retos. A área, em cm^2, desse pentágono será:



a) 100
b) 92
c) 84
d) 76
e) 70

Questão 7

Uma praça tem a forma de um quadrado de 200 m de lado. Partindo juntas de um mesmo canto P, duas amigas percorrem o perímetro da praça caminhando em sentidos opostos, com velocidades constantes. O primeiro encontro delas se dá em um ponto A e o segundo, em um ponto B. Se a medida do segmento PA é 250 m, então, o segmento PB mede:

a) 50 m
b) 100 m
c) 150 m
d) 200 m
e) 250 m

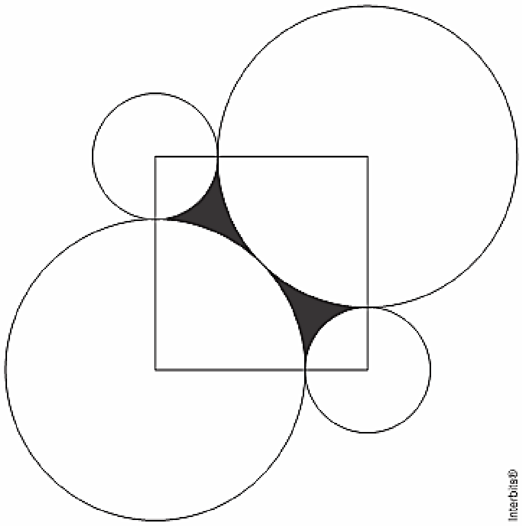
Questão 8

Seja "x" real tal que $\frac{3}{x+1}+\frac{4}{1-x}=\frac{1}{x}$. Sendo assim, o valor de $\left(\frac{1}{x^2}-\frac{7}{x}\right)$ é igual a:

a) 3
b) 2
c) 1
d) 0
e) -1

Questão 9

Considere um quadrado de lado 1. Foram construídos dois círculos de raio R com centros em dois vértices opostos do quadrado e tangentes entre si; dois outros círculos de raio r com centros nos outros dois vértices do quadrado e tangentes aos círculos de raio R, como ilustra a figura abaixo.



A área da região sombreada é:

a) $\left(\frac{\sqrt{2}}{2}+1\right)\pi$

b) $\left(\sqrt{2}-1\right)\pi$

c) $1+\left(\sqrt{2}-\frac{1}{2}\right)\pi$

d) $1+\left(\sqrt{2}-1\right)\pi$

e) $1+\left(\frac{\sqrt{2}}{2}-1\right)\pi$

Questão 10

Uma progressão aritmética crescente é composta por 5 termos. Sabendo que o produto dos extremos é igual a 57 e que a soma dos outros 3 termos é igual a 33, determine o último termo dessa PA. O valor encontrado é:

a) 1
b) 3
c) 19
d) 57
e) 76

Questão 11

Se $x+y+z=\sqrt[4]{9}$ e $x+y-z=\sqrt{3}$, então o valor da expressão $x^2+2xy+y^2-z^2$ é:

a) $3\sqrt{3}$

b) $\sqrt{3}$

c) 3

d) 1

e) 0

Questão 12

A doutora Cristiane não quer revelar o dia de seu aniversário, mas seus amigos Jorge e Evandro insistem. Então Cristiane propôs o seguinte problema:

i. ABC + ABC + ABC = BBB;
ii. A x 15 é igual ao dia de meu aniversário;
iii. B + 5 é o meu mês.

Com base nessas informações, conclui-se que Cristiane faz aniversário em:

a) 15 de setembro
b) 15 de novembro
c) 30 de outubro
d) 30 de novembro
e) 30 de agosto

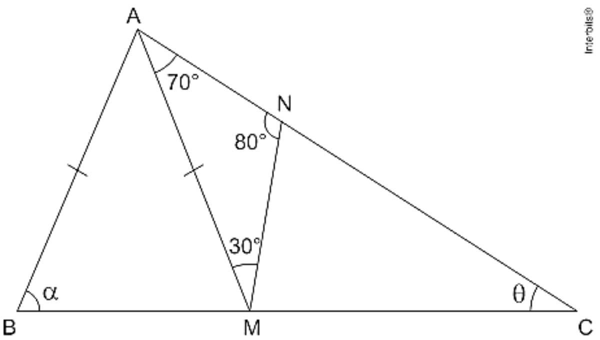
Questão 13

Numa área circular, medindo 314 m^2, o proprietário resolve inscrever um quadrado. Na área quadrada ele irá cimentar e na área restante plantará capim. O valor numérico correspondente à medida da área que será destinada ao plantio de capim, em m^2, considerando $\pi = 3,14$; é um valor:

a) irracional
b) inteiro menor que 150
c) ímpar
d) inteiro maior que 170
e) dízima periódica

Questão 14

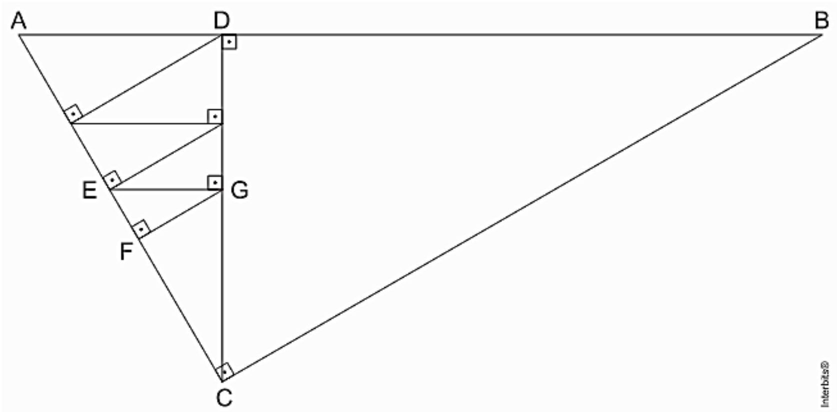
Neste triângulo, tem-se $\overline{AB} = \overline{AM}$, $M\hat{A}N = 70°$, $A\hat{M}N = 30°$ e $A\hat{N}M = 80°$.
O valor de $\alpha - \theta$ é:



a) 40°
b) 50º
c) 60°
d) 70°
e) 80°

Questão 15

Na figura abaixo, o triângulo ABC é retângulo em C.
Sendo AD = 4 cm, BD = 8 cm e EF = 0,2 cm, a medida de $\overline{EG}$, em cm, é:



a) $0,2\sqrt{3}$

b) $0,3\sqrt{3}$

c) $0,4\sqrt{3}$

d) $0,5\sqrt{3}$

e) $0,6\sqrt{3}$

Questão 16

O produto do quadrado das potências de dois que vão, em sequência aritmética, de 2 até x é igual a y, o que se traduz por meio da igualdade $2^2.4^2.8^2.16^2.32^2 \ldots x^2 = y$, com x e y sendo números naturais.
Sabendo que $x.y = 2^{99}$, então, y é igual a:

a) 2^{89}

b) 2^{90}

c) 2^{91}

d) 2^{100}

e) 2^{101}

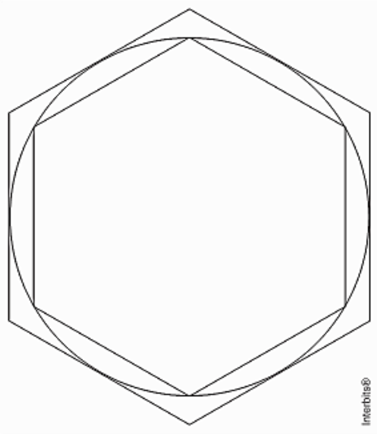
Questão 17

A empresa de bebidas "Beba Mais" possui uma máquina de refrigerantes que, quando opera por 4 horas diárias, consegue engarrafar 9.600 litros, num período de 6 dias. Determine em quantas horas diárias esta mesma máquina engarrafará 24.000 litros, num período de 20 dias, considerando que a máquina tem um mesmo ritmo padrão durante estes serviços.

a) 3
b) 4
c) 6
d) 2
e) 5

Questão 18

Geovana está aprendendo a fazer construções geométricas com régua e compasso. Em uma das atividades propostas por seu professor, ela deve desenhar um hexágono regular inscrito numa circunferência e depois um hexágono regular circunscrito a essa mesma circunferência, conforme mostra a figura a seguir.
Caso ela utilize uma circunferência de raio R, a razão entre o lado do hexágono regular inscrito e o lado do hexágono regular circunscrito a essa circunferência valerá:



a) $\frac{\sqrt{6}}{2}$

b) $\frac{\sqrt{3}}{3}$

c) $\frac{\sqrt{3}}{2}$

d) $\frac{1}{2}$

e) 1

Questão 19

Determine o valor de E sendo:

$$E = \sum_{0}^{\infty} \frac{2n+1}{2^n}$$

a) 5

b) 5,5

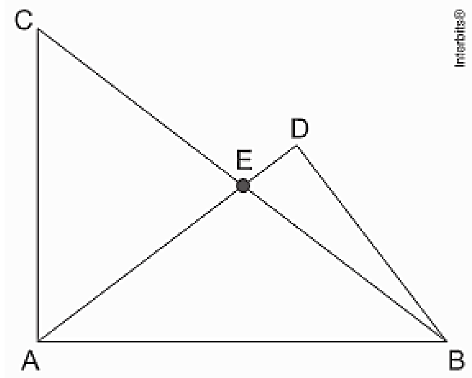
c) 6,0

d) 6,5

e) 7

Questão 20

Na figura a seguir, os triângulos ABC e ABD são retângulos em A e D, respectivamente.
Sabe-se que AC = 15 cm, AD = 16 cm e BD = 12 cm.
A área do triângulo ABE é de:



a) 100 cm^2

b) 96 cm^2

c) 75 cm^2

d) 60 cm^2

e) 50 cm^2

Questão 21

A senha de um cadeado é formada por 3 algarismos distintos, ABC, escolhidos entre os algarismos 3, 4, 5, 6 e 7. Sabendo que B > A > C, e que $B^2 – A^2 = 13$, nessas condições o valor de A.C é certamente:

a) um número primo.
b) divisível por 5.
c) múltiplo de 3.
d) quadrado perfeito.
e) divisível por 4.

Questão 22

Seja $f(k) = k^2 + 3k + 2$ e seja W o conjunto de inteiros {0, 1, 2, ..., 25}. O número de elementos de W, tais que f(W) deixa resto zero, quando dividido por 6, é:

a) 25
b) 22
c) 21
d) 18
e) 17

Questão 23

Pedro começou a listar sequencialmente todos os números inteiros positivos, dispondo-os em linhas, conforme indicado na figura ao lado. A primeira linha é formada pelos quatro primeiros números inteiros positivos e, a partir da segunda linha, listam-se sempre dois números inteiros a mais do que haviam sido listados na linha anterior.

O número inteiro que ocupará a décima posição na 101ª linha será

1	2	3	4							
5	6	7	8	9	10					
11	12	13	14	15	16	17	18			
19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋱

a) 10410

b) 10310

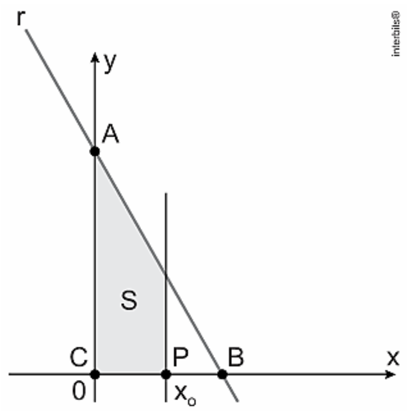
c) 213

d) 212

e) 111

Questão 24

Considere o gráfico a seguir, em que a área S é limitada pelos eixos coordenados, pela reta r, que passa por A(0,4) e B(2,0), e pela reta perpendicular ao eixo x no ponto $P(x_0,0)$, sendo $0 \leq x_0 \leq 2$.



Para que a área S seja a metade da área do triângulo de vértices C(0,0), A e B, o valor de x_0 deve ser igual a:

a) $2 - \sqrt{2}$

b) $3 - \sqrt{2}$

c) $4 - \sqrt{2}$

d) $5 - \sqrt{2}$

e) $6 - \sqrt{2}$

Questão 25

Somando todos os números de três algarismos distintos que podem ser formados com os dígitos 1, 2, 3 e 4, o resultado será igual a:

a) 2.400

b) 2.444

c) 6.000

d) 6.600

e) 6.660

Questão 26

A seguinte expressão algébrica é equivalente a:

$$(8a^4 - 2a^2b^2 + 6ab^2 - 24a^3).\frac{ab}{(4a^2b + 2ab^2).(a^2 - 3a)}$$

a) $\frac{b}{2a+b}$

b) b - 2a

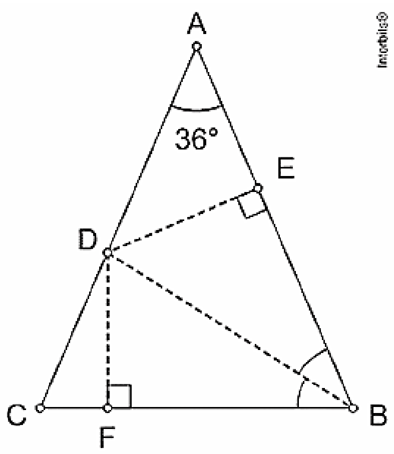
c) $\frac{b}{2a-b}$

d) 2a – b

e) $\frac{a}{2a-b}$

Questão 27

A figura ao lado mostra um triângulo isósceles ABC, com $B\hat{A}C = 36°$ e AB = AC = 1 m. A bissetriz interna de B corta AC em D. Por D, traçam-se as distâncias até AB e até BC, determinando os pontos E e F, respectivamente. Sendo assim, é correto afirmar que o valor do produto $\frac{DE}{AD} \cdot \frac{DF}{BF}$ é:



a) $\frac{\sqrt{5}-1}{4}$

b) $\frac{3\sqrt{5}-5}{4}$

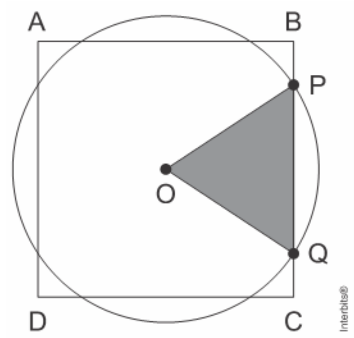
c) $\frac{3-\sqrt{5}}{2}$

d) $\frac{3\sqrt{5}-1}{2}$

e) $\frac{4-\sqrt{5}}{2}$

Questão 28

Pelo centro O do quadrado de lado $\sqrt{6}$ cm acima, traçou-se a circunferência que corta o lado BC nos pontos P e Q. O triângulo OPQ tem área $\frac{\sqrt{3}}{2}$ cm^2. Sendo assim, é correto afirmar que o raio dessa circunferência, em cm, é igual a:



a) 1

b) $\sqrt{2}$

c) $\sqrt{3}$

d) $\frac{2\sqrt{2}}{3}$

e) $\frac{\sqrt{3}}{2}$

Questão 29

Uma fruta *in natura* possui 80% de sua massa composta de água e, se for desidratada, a água se reduz a 10% da massa após esse processo. Qual é a massa (em gramas) dessa fruta *in natura* que corresponderia a uma porção de 100 g dessa mesma fruta em sua forma desidratada?

a) 900 g b) 890 g c) 800 g d) 450 g e) 170 g

Questão 30

Um colégio comprou 500 armários cinza, numerados de 1 a 500, para os alunos deixarem guardado o seu material escolar. Buscando melhorar o aspecto visual dos armários, a coordenadora pedagógica Gabriela sugeriu que alguns deles fossem pintados com as cores do emblema do colégio, de modo que:

- os armários com números múltiplos de 2 e 3, simultaneamente, fossem pintados de azul;
- os armários com números múltiplos de 2 (e não de 3) fossem pintados de amarelo;
- os armários com números múltiplos de 3 (e não de 2) fossem pintados de branco.

Se eles forem pintados dessa forma, o número de armários que permanecerá com a cor cinza é:

a) 1 b) 84 c) 167 d) 333 e) 667

Questão 31
Um menino possui 29 moedas de 10 centavos e 15 moedas de 25 centavos. O número de maneiras diferentes que ele tem para formar 5 reais é igual a:

a) 2
b) 3
c) 4
d) 5
e) 6

Questão 32
Num triângulo retângulo de hipotenusa a e catetos b e c, a medida da altura relativa à hipotenusa é igual a 4. O valor da expressão

$$\frac{a}{b.c}+\frac{b}{a.c}+\frac{c}{a.b}$$

é igual a:

a) 1

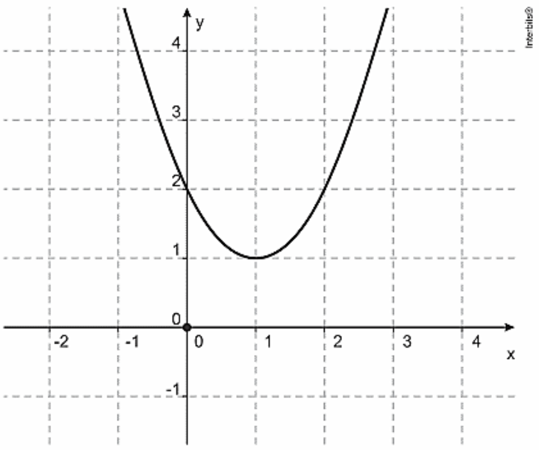
b) 2

c) $\frac{1}{2}$

d) $\frac{1}{4}$

e) $\frac{1}{8}$

Questão 33
A parábola, representada na figura a seguir, é o esboço do gráfico de uma função quadrática que pode ser representada na forma $f(x) = ax^2 + bx + c$.



Se a parábola y = 2 – f(x + 3) tem vértice V = (p,q) e intersecta o eixo y no ponto P = (0,r), qual é o valor (p - q)/r?

a) $\frac{1}{3}$ b) 1 c) $-\frac{1}{3}$ d) -1 e) -2

Questão 34

Em linguagem de computação, a expressão x = x + 2 significa que o novo valor de x será igual ao valor anterior de x, acrescido de 2 unidades. Por exemplo, se x = 5, a expressão x = x + 2 faz com que x passe a valer 7. Se repetirmos essa expressão, o valor de x passa a ser 9. Considere a sequência de operações:

$x = x + 3 \rightarrow y = 2x - 1 \rightarrow x = x + y \rightarrow y = x + 2y$

Se o valor final de y é igual a 53, podemos afirmar que o valor inicial de x era:

a) par
b) primo
c) maior que 6
d) múltiplo de 3
e) divisor de 124

Questão 35

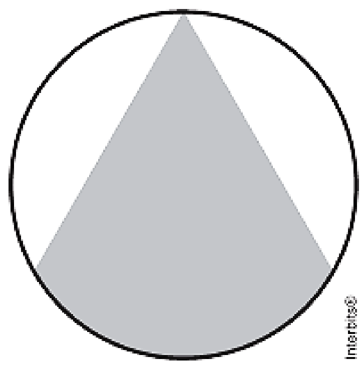
O hospital “X” comprou uma caixa com uma substância “Z”. Se dois litros da substância “Z” têm a massa de 2 kg e mais meio litro de “Z”, a massa de um litro e meio da substância “Z” é:

a) 0,75 kg
b) 1,5 kg
c) 1,75 kg
d) 2 kg
e) 2,25 kg

Questão 36

Paulo, um estudante do nono ano, precisava fazer um trabalho utilizando formas geométricas para a aula de Artes. Resolveu, então, desenhar uma circunferência de raio 6 cm e traçar duas cordas de mesma medida, que saíssem de um único ponto dessa curva. Ele utilizou a medida de 60° para o ângulo inscrito formado por essas duas cordas. E coloriu de vermelho toda a região delimitada pelas duas cordas e interna à circunferência, conforme a figura. Sabendo que Paulo deseja agora colorir de azul o restante da região interna da circunferência, podemos afirmar que essa nova área a ser pintada será igual a:

Use: $\pi = 3$



a) $9\left(2-\sqrt{3}\right)\ \text{cm}^2$

b) $18\left(2-\sqrt{3}\right)\ \text{cm}^2$

c) $9\left(4-\sqrt{3}\right)\ \text{cm}^2$

d) $18\left(4-\sqrt{3}\right)\ \text{cm}^2$

e) $6\left(2-\sqrt{3}\right)\ \text{cm}^2$

Questão 37

A forma de uma montanha pode ser descrita pela equação $y = -x^2 + 17x - 66$ $(6 \leq x \leq 11)$. Considere um atirador munido de um rifle de alta precisão, localizado no ponto (2,0). A partir de que ponto, na montanha, um indefeso coelho estará 100% seguro?

a) (8,9)
b) (8,6)
c) (7,9)
d) (7,5)
e) (7,4)

Questão 38

Os alunos do curso de Agricultura do campus Vitória de Santo Antão dispõem de um terreno em forma de trapézio para construir uma horta de orgânicos. As bases do trapézio medem 10 m e 35 m. Já os lados não paralelos medem 15 m e 20 m. Qual a área total do terreno desta horta?

a) 120 m^2

b) 150 m^2

c) 210 m^2

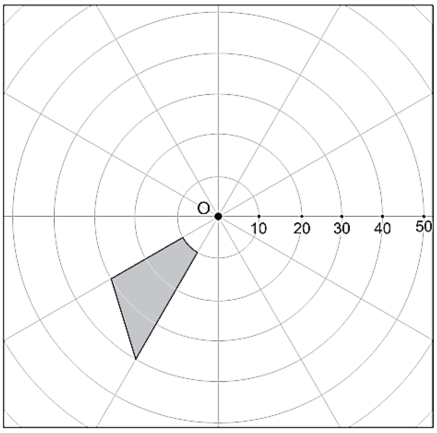
d) 270 m^2

e) 540 m^2

Questão 39

A figura abaixo apresenta a tela de um radar térmico que, na cor cinza, indica a região de uma floresta onde foi detectada uma grande queimada. Nessa tela, as circunferências em O, e as medidas de seus raios estão indicadas na tela, em quilômetros. Há também seis retas que passam pelo ponto O e que dividem cada circunferência em arcos de mesma medida.

A extensão, em quilômetros quadrados, da área de queimada indicada pelo radar mede:



Utilize 3 como aproximação para o número π.

a) 275,0

b) 287,5

c) 295,0

d) 365,0

e) 575,0

Questão 40

Ao considerar x = 2020 e y = 2019, o valor da expressão

$$E = \frac{x^8 - y^8}{x^6 + x^4y^2 + x^2y^4 + y^6}$$

é:

a) 1

b) 2019

c) 2020

d) 4039

e) 4040

RESOLUÇÃO MADAN 2020

PROVA DE ADMISSÃO

1	A	11	C	21	C	31	B
2	D	12	A	22	E	32	C
3	B	13	B	23	B	33	B
4	D	14	D	24	A	34	B
5	C	15	A	25	E	35	D
6	A	16	B	26	D	36	D
7	B	17	A	27	B	37	B
8	D	18	C	28	B	38	D
9	E	19	C	29	D	39	A
10	A	20	C	30	B	40	D

1. ALTERNATIVA A

Por tentativa, vemos:

$30 \cdot 32 \cdot 34 = 32640$ (Menor que o pedido)

$50 \cdot 52 \cdot 54 = 140400$ (Maior que o pedido)

$40 \cdot 42 \cdot 44 = 73720$

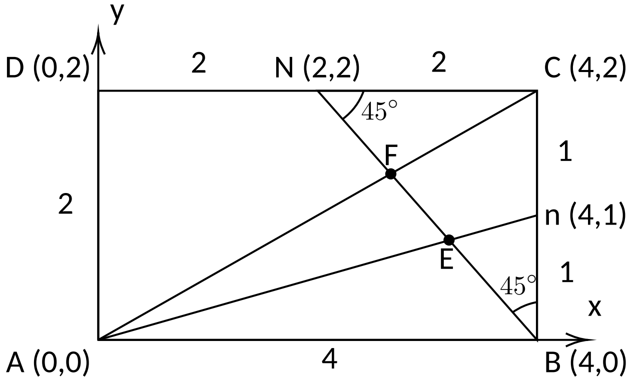
$42 \cdot 44 \cdot 46 = 85008$

$42 \cdot 44 \cdot 48 = 97152 \longrightarrow$ Essa é a procurada comparando ao enunciado(9XYZ2), onde X = 7, Y = 1 e Z = 5

$46 \cdot 48 \cdot 50 = 110400$

Logo, $\boxed{X + Y + Z = 7 + 1 + 5 = 13}$

2. ALTERNATIVA D



Pensando o retângulo como uma região no plano cartesiano onde A é a origem.

Reta $\bar{AC} : y = \frac{x}{2}$

Reta $\bar{An} : y = \frac{x}{4}$

Reta $\bar{Bn} : y = -x + 4$

Ponto F: interseção entre $\bar{AC}$ e $\bar{BN}$: $\frac{x_f}{2} = -x_f + 4 = \frac{8}{3}$, $y_F = \frac{4}{3}$

Ponto E: interseção entre $\bar{An}$ e $\bar{BN}$: $\frac{x_e}{2} = -x_E + 4 = \frac{16}{5}$, $y_E = \frac{4}{5}$

$$A_{AFE} = A_{AFB} - A_{AEB} = \frac{4y_F}{2} - \frac{4y_E}{2} = 2\left(\frac{4}{3} - \frac{4}{5}\right) = \frac{8 \cdot 2}{15} = \boxed{\frac{16}{15}}$$

3. ALTERNATIVA B

Repare que a expressão equivale a:

$$\frac{c^2(a+b) - a \cdot b(a+b) + c(b^2 - a^2)}{c(a+b)^2 - a(a+b)^2} = \frac{c^2(a+b) - a \cdot b(a+b) + c(b-a)(a+b)}{(c-a)(a+b)^2}$$

$$= \frac{\cancel{(a+b)}(c^2 - a \cdot b + b - a)}{(c-a)(a+b)\cancel{(a+b)}} = \frac{c(c+b) - a(c+b)}{(c-a)(a+b)}$$

$$= \frac{(b+c)\cancel{(c-a)}}{\cancel{(c-a)}(a+b)} = \boxed{\frac{b+c}{a+b}}$$

4. ALTERNATIVA D

$$P(60002) = 60002(60002 - 2016) - 2017$$

$$K = 60002 - 57986 - 2017$$

$$P(-57986) = -57986(-57986 - 2016) - 2017$$

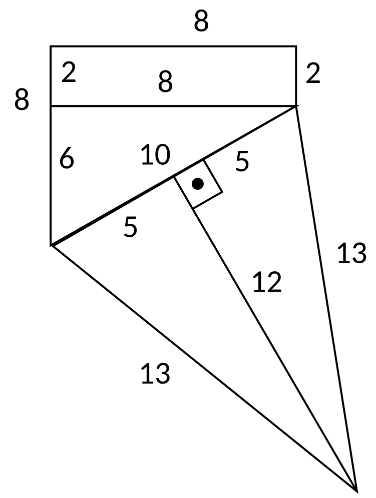
$$\boxed{P(-57986) = 60002 \cdot 57986 - 2017 = K}$$

5. ALTERNATIVA C

Supondo que o primeiro não seja advogado:
Primeiro: Médico
Segundo: Médico
Terceiro: Advogado

Supondo que o primeiro seja advogado:
Primeiro: Advogado
Segundo: Médico (o primeiro vai dizer que não é advogado)
Terceiro: Médico

6. ALTERNATIVA A

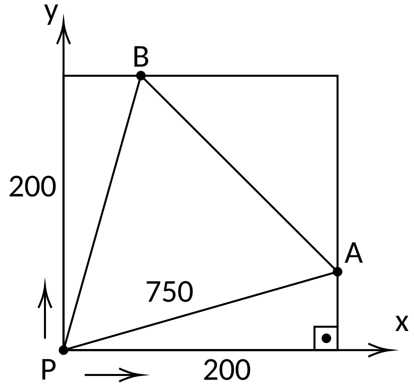


$$A = A_{\text{trapézio}} + A_{\text{isósceles}}$$

$$A = \frac{(8+2)\cdot 8}{2} + \frac{10\cdot 12}{2} = \frac{8\cdot 10}{2} + \frac{12\cdot 10}{2}$$

$$\boxed{A = 40 + 60 = 100}$$

7. ALTERNATIVA B



Tempo entre P e A:

$$\frac{200+x}{V_1}=\frac{200+200+200-x}{V_2}$$

$$\frac{V_2}{V_1}=\frac{600-x}{200+x}$$

Tempo entre A e B:

$$\frac{200-x+200-y}{V_1}=\frac{x+200+200+y}{V_2} \implies \frac{V_2}{V_1}=\frac{400+x+y}{400-x-y}=\frac{600-x}{200+x}=\frac{400+x+y}{400-x-y}$$

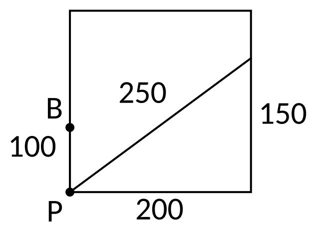
$$\implies 600\cdot 400-1000x-600y+\cancel{x^2}+x\cdot y=200\cdot 400+600x+200y+\cancel{x^2}+\cancel{x\cdot y}$$

$$400^2=1600x+800y \implies 1600\cdot 100=1600x+800y \implies 200=2x+y$$

Pitágoras:

$$200^2+x^2=250^2 \implies x^2=50\cdot 450$$

$x^2=3^2+5^2+10^2 \implies x=3\cdot 5\cdot 10 \implies x=150 \implies y=-100$ (B está no outro lado)



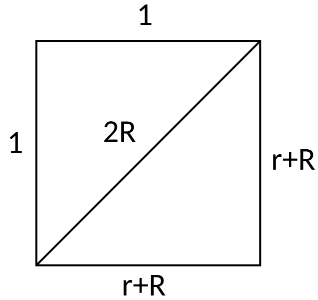
PB = 100

8. ALTERNATIVA D

$$\frac{3-3x+4x+4}{1-x^2}=\frac{1}{x} \implies \frac{7-x}{1-x^2}=\frac{1}{x} \implies 7x-\cancel{x^2}=1-\cancel{x^2} \implies x=\frac{1}{7}$$

$$\frac{1}{x^2}-\frac{7}{x}=49-49=0$$

9. ALTERNATIVA E



$$2R = \sqrt{2} \implies R = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$r + R = 1 \implies r = \frac{2-\sqrt{2}}{2}$$

$$A = 1 - \frac{\pi R^2}{2} - \frac{\pi r^2}{2} = 1 - \frac{\pi}{2}(R^2 + r^2) = 1 - \frac{\pi}{2}\left(\frac{1}{2} + 1 - \sqrt{2} + \frac{1}{2}\right)$$

$$A = 1 - \pi\left(1 - \frac{\sqrt{2}}{2}\right) = 1 + \pi\left(\frac{\sqrt{2}}{2} - 1\right)$$

10. ALTERNATIVA A

Seja a-2r, a-r, a, a+r, a+2r os termos da PA de razão r.

$$(a+2r)(a-2r)=57$$

$$a\cancel{-r}+a+a\cancel{+r}=33 \implies 3a=33 \implies a=11$$

$$a^2-4r^2=57 \implies 4r^2=121-57 \implies 4^2=64 \implies r^2=16 \implies r=4 \text{ (PA crescente)}$$

Último termo: $a+2r=11+2\cdot 4=19$

11. ALTERNATIVA C

$$x^2 + 2xy = y^2 - z^2 = (x+y)^2 - z^2 = (x+y+z)(x+y-z) =$$

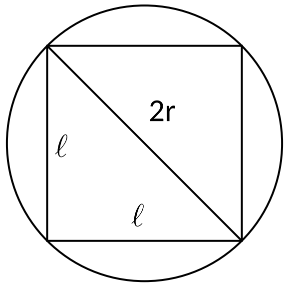
$$= \sqrt[4]{9} \cdot \sqrt{3} = \sqrt{3} \cdot \sqrt{3} = 3$$

12. ALTERNATIVA A

$$\begin{array}{r} A\,B\,C \\ A\,B\,C \\ +\ A\,B\,C \\ \hline B\,B\,B \end{array}$$

C = 1,2 e 3, não pode
C = 4, B = 2, não pode
C = 5 = B = 5, não pode
C = 6, B = 8, não pode
C = 7, B = 1, não pode
C = 8, B = 4, pode
C = 9, B = 7, não pode
C = 8 $\Longrightarrow$ B = 4 e A = 1, logo 15/07 é o aniversário de Cristiano.

13. ALTERNATIVA B



Pitágoras:

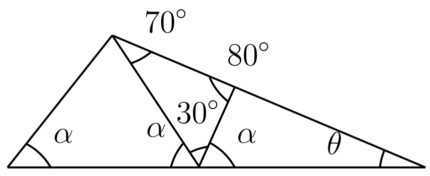
$$\cancel{2}\ell^2 = \cancelto{2}{4}r^2 \implies \ell^2 = 2r^2$$

$$\pi\ell^2 = 2 \cdot 314 \implies \ell^2 = \frac{628}{\pi}$$

$$A = 314 - \ell^2 = 314 - \frac{628}{\pi}$$

$$A = 314 - 200 = 114$$

14. ALTERNATIVA D

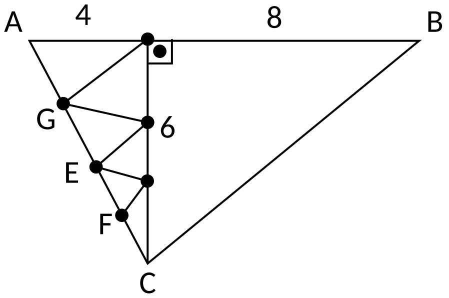


$$\theta + x = 80^\circ \implies x = 80^\circ - \theta$$

$$\alpha + 30^\circ + x = 180^\circ$$

$$\alpha + 30^\circ + 80^\circ - \theta = 180^\circ \implies \alpha - \theta = 70^\circ$$

15. ALTERNATIVA A



Semelhança:

$$\frac{AD}{AG} = \frac{AB}{AC} \implies \frac{4}{AG} = \frac{12}{AC} \implies \frac{AC}{AG} = 3$$

$$\frac{BD}{CD} = \frac{CD}{AD} \implies \frac{8}{CD} = \frac{CD}{4} \implies CD^2 = 32 \implies CD = 4\sqrt{2}$$

Pitágoras:

$$CD^2 + AD^2 = AC^2 \implies 32 + 16 = AC^2 \implies AC = 4\sqrt{3}$$

$$\frac{AB}{AC} = \frac{EG}{EF} \implies \frac{12}{4\sqrt{3}} = \frac{EG}{0,2}$$

$$\boxed{EG = 0,2\sqrt{3}}$$

16. ALTERNATIVA B

Seja $x = 2^n$ e $y = 2^m$, tem-se que:

$$2^2 \cdot 2^4 \cdot 2^6 \cdot 2^8 \cdot 2^{10} \cdot \dots \cdot 2^{2n} = 2^m$$

$$2^{2+4+6+8+\cdots+2n} = 2^m \implies 2+4+6+8+10+\cdots+2n = m$$

$$\frac{(2+2n)n}{2} = m \implies m = n(n+1)$$

$$2^n \cdot 2^m = 2^{99} \implies 2^{n+m} = 2^{99} \implies n+m \implies m = 99-n$$

$$99 - n = n^2 + n \implies n^2 + 2n - 99 = 0$$

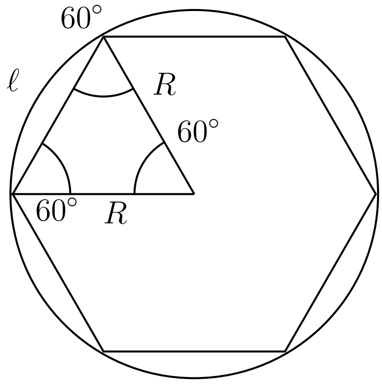
$$n = \frac{-2+\sqrt{4+176}}{2} = \frac{-2+20}{2} = 9 \implies m = 90 \implies \boxed{y = 2^{90}}$$

17. ALTERNATIVA A

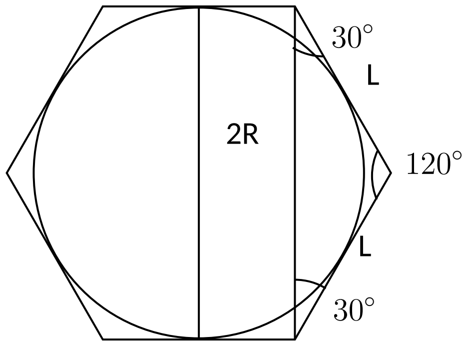
Regra de 3 composta:

$$\frac{9600}{4 \cdot 6} = \frac{2400}{t \cdot 20} \implies \boxed{t = 3}$$

18. ALTERNATIVA C



$$\ell = R$$



$$\frac{\ell}{L} = \frac{\cancel{R} \cdot \sqrt{3}}{2\cancel{R}} = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\frac{1}{sen(10^\circ} = \frac{2R}{sen(120^\circ} \implies \frac{L}{1} \cdot \cancel{2} = \frac{2R}{\sqrt{3}} \cdot \cancel{2} \implies \boxed{L = \frac{2R}{\sqrt{3}}}$$

19. ALTERNATIVA C

$$E = 2\sum_{0}^{\infty}\frac{n}{2^n} + \sum_{0}^{\infty}\frac{1}{2^n}$$

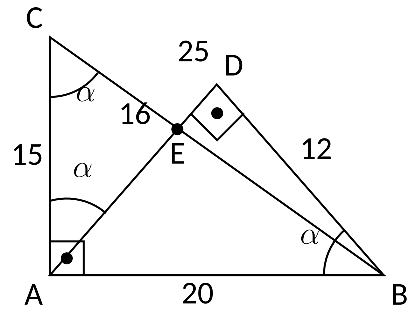
$$\sum_{0}^{\infty}\frac{1}{2^n} = \text{PG razão } \frac{1}{2}\text{e } \infty = 1 \implies \sum_{0}^{\infty}\frac{1}{2^n} = \frac{1}{1-\frac{1}{2}} = \frac{1}{\frac{1}{2}} = 2$$

$$\sum_{0}^{\infty}\frac{n}{2^n} = \text{PAG razão } q = \frac{1}{2}\text{e razão } r = 1 \implies \sum_{0}^{\infty}\frac{n}{2^n} = \cancelto{0}{\frac{0}{1-3}} + \frac{1\cdot\frac{1}{2}}{(1-\frac{1}{2})^2} = \frac{\frac{1}{2}}{\frac{1}{4}} = 2$$

$$E = 2 + 2 + 2 = 6$$

Obs.: $S_\infty\ PAG = \dfrac{a_1}{1-q} + \dfrac{r\cdot q}{(1-q)^2}$

20. ALTERNATIVA C



Pitágoras:

$$12^2 + 16^2 = AB^2 \implies AB = 20$$
$$15^2 + 20^2 = BC^2 \implies BC = 25$$

Lei dos senos em AEC:

$$\frac{AE}{sen(\alpha)} = \frac{15}{sen(\alpha+\beta)}$$

Sabendo que sabendo que $sen(\alpha+\beta) = sen\alpha \cdot cos\beta + sen\beta \cdot cos\alpha$

$$\implies \frac{AE}{\frac{4}{5}} = \frac{15}{\frac{4}{5}\cdot\frac{3}{5}+\frac{3}{5}\cdot\frac{4}{5}}$$

$$\implies AE = \frac{\frac{\cancel{15}^{3}\cdot 4}{\cancel{5}}}{\frac{24}{25}} = \frac{\cancel{12}^{1}\cdot 25}{\cancel{24}^{2}} = \frac{25}{2}$$

$$R_{\Delta ABE} = AEcosA$$

$$R_{\Delta ABE} = \frac{\cancel{25}^{5}}{2}\cdot\frac{3}{5} = \frac{15}{2} \implies A_{\Delta ABE} = \frac{\cancel{20}^{5}\cdot 15}{\cancel{4}}$$

$$\boxed{A_{\Delta ABE} = 75}$$

21. ALTERNATIVA C

$$(B-A)(B+A)=13 \implies (B-A)(B+A)=1\cdot 13$$
$$A+B=13$$
$$B-A=1$$
$$2B=14$$
$$B=7 \implies A=6 \implies C=3,4,5$$

$\boxed{AC=18,24,30}$

22. ALTERNATIVA E

$f(k) = (k+1)(k+2)$, $f(k)$ é divisível por 2 pois é um produto entre um número par e um ímpar.

Seja n um inteiro:

$$\begin{cases} k = 3n \ : \ f(k) = (3n+1)\cdot(3n+2) \quad \text{não é divisível por 3} \implies \text{não é divisível por 6} \\ k = 3n+1 \ : \ f(k) = (3n+2)\cdot 3\cdot(n+1) \quad \text{é divisível por 3} \implies \text{é divisível por 6} \\ k = 3n+2 \ : \ f(k) = 3\cdot(n+1)\cdot(3n+4) \quad \text{é divisível por 3} \implies \text{é divisível por 6} \end{cases}$$

nW é divisível por 6. $\{1, 2, 4, 5, 7, 8, 10, 11, 13, 14, 16, 17, 19, 21, 22, 23, 25\} = 17$.

23. ALTERNATIVA B

Termo da 101ª linha. Repare que os valores aumentam com uma razão r que aumenta de 2 em 2:

$$r_{1\to 2} = 4 \; r_{2\to 3} = 6$$

$$r_{n-1\to n} = 4 + 2 \cdot (n-2) = 2 \cdot n$$

$$a_n = a_1 + r_{1\to 2} + r_{2\to 2} + \cdots + r_{n-1\to n} = 1 + 4 + 6 + \cdots + 2n = 1 + \frac{(\cancelto{2}{4} + \cancelto{1}{2}n)\cdot(n-1)}{\cancel{2}}$$

$$a_n = 1 + (2+n)\cdot(n-1) = n^2 + n - 1$$

$$a_{101} = 101^2 + 101 - 1 = 101 \cdot (101+1) - 1 = 101 \cdot 102 - 1 = 10301$$

$$N_{\text{10ª 101}} = a_{101} + 9 = 10310$$

24. ALTERNATIVA A

$$r = y_r = -2 \cdot x_r + 4$$

$$S = \frac{(4 + y_0) \cdot x_0}{2} = \frac{(4 + 4 - 2 \cdot x_0) \cdot x_0}{2} = \frac{\frac{4 \cdot 2}{2}}{2} = \frac{\cancel{4} \cdot 2}{\cancel{4}} \implies S = 2$$

$$2 = \frac{(8 - 2 \cdot x_0) \cdot x_0}{2} \implies 2 = 4 \cdot x_0 - x_0^2 \implies x_0^2 - 4 \cdot x_o + 2 = 0$$

$$x_0 = \frac{4 - \sqrt{16 - 8}}{2} = \frac{4 - 2 \cdot \sqrt{2}}{2} \implies \boxed{x_0 = 2 - \sqrt{2}}$$

25. ALTERNATIVA E

Repare que 4 será algarismo das unidades em $A_{3,2} = 6$ números. O mesmo vale para os demais números e para cada posição (dezenas e centenas). Assim:

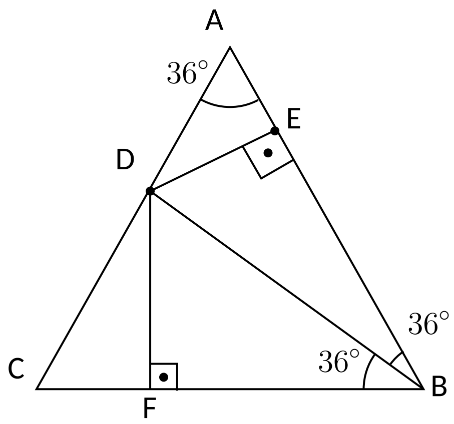
$$S = 4 \cdot 6 + 3 \cdot 6 + 2 \cdot 6 + 1 \cdot 6 + 4 \cdot 6 \cdot 10 + 3 \cdot 6 \cdot 10 + 2 \cdot 6 \cdot 10 + 1 \cdot 6 \cdot 10$$
$$+4 \cdot 6 \cdot 100 + 3 \cdot 6 \cdot 100 + 2 \cdot 6 \cdot 100 + 1 \cdot 6 \cdot 100$$
$$S = 6 \cdot (4 + 3 + 2 + 1) + 10 \cdot 6 \cdot (4 + 3 + 2 + 1) + 100 \cdot 6 \cdot (4 + 3 + 2 + 1)$$
$$S = 10 \cdot (6 + 60 + 600) = 10 \cdot 666 \implies \boxed{S = 6660}$$

26. ALTERNATIVA D

$$\frac{(8a^4 - 2a^2b^2 + 6ab^2 - 24a^3) \cdot ab}{(4a^2b + 2ab^2) \cdot (a^2 - 3a)} = \frac{\cancel{2a^2b} \cdot (4a^3 - ab^2 + 3b^2 - 12a^2)}{2a^2b \cdot (2a+b) \cdot (a-3)}$$

$$= \frac{4a^2(a-3) - b^2(a-3)}{(2a+b)(a-3)} = \frac{\cancel{(2a+b)} \cdot (2a-b) \cdot \cancel{(a-3)}}{\cancel{(2a+b)} \cdot \cancel{(a-3)}} = 2a - b$$

27. ALTERNATIVA B



$\frac{DE}{AD} = sen(36°), \frac{DF}{BF} = tg(36°),$

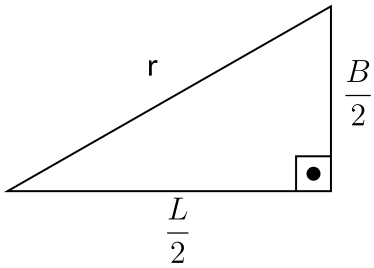
$\frac{DE}{AD} \cdot \frac{DF}{BF} = \frac{sen(36°) \cdot sen(36°)}{cos(36°)} = \frac{sen^2(36°)}{cos(36°)} = \frac{1}{cos(36°)} - cos(36°)$

$$sen(18°) = \frac{\sqrt{5}-1}{4} \implies sen^2(18°) = \frac{3-\sqrt{5}}{8}$$

$cos36° = 1 - \cancelto{1}{2} \cdot \left(\frac{3-\sqrt{5}}{\cancelto{4}{8}}\right) = \frac{1+\sqrt{5}}{4} \implies \frac{1}{cos36°} - cos36° = \frac{4}{1+\sqrt{5}} - \frac{1+\sqrt{5}}{4} = \frac{3\cdot\sqrt{5}-5}{4}$

28. ALTERNATIVA B

$$\frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{B \cdot \frac{L}{2}}{2} = \frac{B \cdot \frac{\sqrt{6}}{2}}{2} \implies \frac{\sqrt{3}}{\cancel{2}} = \frac{B \cdot \sqrt{6}}{\cancelto{2}{4}} \implies 2 \cdot \cancel{\sqrt{3}} = B \cdot \cancel{\sqrt{3}} \cdot \sqrt{2} \implies B = \sqrt{2}$$



Pitágoras:

$$r^2 = \frac{B^2}{4} + \frac{L^2}{4}$$

$$r^2 = \frac{1}{2} + \frac{3}{2} = 2 \implies r = \sqrt{2}$$

29. ALTERNATIVA D

$$0,9 = \frac{m_{\text{sem água}}}{100} \implies m_{\text{sem água}} = 90$$

$$\frac{90}{m_T} = 0,2 \implies m_T = \frac{90}{2} \cdot 10 = 450\ g$$

30. ALTERNATIVA B

$$N_{\text{azul}} = \frac{498}{6} = 83$$

$$N_{\text{amarelo}} = \frac{500}{2} - 83 = 250 - 83 = 167 \qquad N_{\text{branco}} = \frac{498}{3} = 166$$

$$N_{\text{cinza}} = 500 - (83 + 167 + 166) \implies N_{\text{cinza}} = 84$$

31. ALTERNATIVA B

Máximo formado com 10 centavos: 2,9 reais. Logo deve formar 2,5 reais, no mínimo com 25 centavos. As maneiras são:

10 de 25 e 25 de 10
12 de 25 e 20 de 10
14 de 25 e 15 de 10

3 maneiras.

32. ALTERNATIVA C

$$bc = ah \implies bc = 4a \implies a = \frac{bc}{4}$$

$$\frac{a}{bc} + \frac{b}{ac} + \frac{c}{ab} = \frac{\cancel{bc}}{4\cancel{bc}} + \frac{4\cancel{b}}{\cancel{b}c^2} + \frac{4c}{b^2\cancel{c}} = \frac{1}{4} + 4\left(\frac{1}{b^2} + \frac{1}{c^2}\right)$$

$$= \frac{1}{4} + 4\left(\frac{b^2+c^2}{b^2c^2}\right) = \frac{1}{4} + \frac{4a^2}{b^2c^2} = \frac{1}{4} + \frac{4b^2c^2}{16b^2c^2} = \frac{1}{4} + \frac{1}{4} = \frac{1}{2}$$

33. ALTERNATIVA B

$f(0) = 2 \Longrightarrow c = 2$
$f(1) = 1 \Longrightarrow 1 = a + b + 2 \Longrightarrow a + b = -1$
$f(2) = 2 \Longrightarrow \cancel{2} = 4a + 2b + \cancel{2} \Longrightarrow b = -2a$
$a = 1 \; e \; b = -2$
$f(x) = x^2 - 2x + 2$

$y = 2 - (x+3)^2 + 2(x+3) - 2$
$y = \cancel{2} - x^2 - 6x - 7 + 2x + 6 - \cancel{2}$
$y = -x^2 - 4x - 3$
$r = -3$
$p = -2, \; y = 1$

$$\frac{p-y}{r} = \frac{-2-1}{-3} = 1$$

34. ALTERNATIVA B

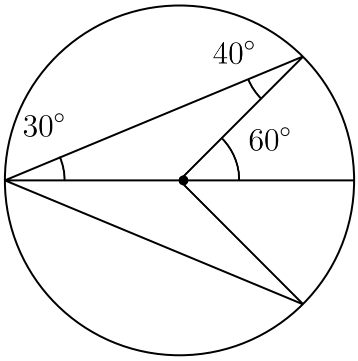
$$\begin{cases} 53 = x_2 + 2 \cdot y_0 \\ x_2 = x_1 + y_0 \\ y_0 = 2 \cdot x_1 - 1 \\ x_1 = x_0 + 3 \end{cases} \implies \begin{cases} 53 = x_1 + 3 \cdot y_0 \implies x_1 = 53 - 3 \cdot y_0 \implies x_1 = 8 \\ y_0 = 106 - 6 \cdot y_0 - 1 \implies 7 \cdot y_0 = 105 \implies y_0 = 15 \\ 8 = x_0 + 3 \implies \boxed{x_0 = 5} \end{cases}$$

35. ALTERNATIVA D

$$d_z = \frac{2 + d_z \cdot 0,5}{2} \implies 2 \cdot d_z = 2 + 0,5 \cdot d_z \implies d_z = \frac{4}{3}$$

$$m = \frac{\cancelto{2}{4}}{3} \cdot \frac{\cancel{3}}{\cancelto{1}{2}} = 2$$

36. ALTERNATIVA D

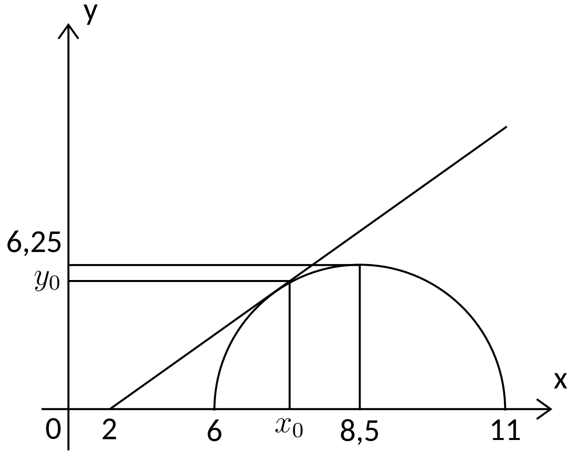


$$A = \pi \cdot 6^2 - \frac{\cancel{2} \cdot 6 \cdot 6 \cdot sen(120°)}{\cancel{2}} - \pi \cdot 6^2 \cdot \frac{\cancel{120°}^{\,1}}{\cancel{360°}^{\,3}}$$

$$A = 36 \cdot \pi - \frac{\cancel{36}^{\,18} \cdot \sqrt{3}}{\cancel{2}} - 12 \cdot \pi$$

$$A = 24 \cdot \pi - 18 \cdot \sqrt{3} = 72 - 18 \cdot \sqrt{3} = 18 \cdot (4 - \sqrt{3})$$

37. ALTERNATIVA B



$$\begin{cases} y_0 = a \cdot x_0 + b \\ y_0 = x_0^2 + 17 \cdot x_0 - 66 \end{cases} \implies x_0^2 + (a-17) \cdot x_0 + b + 66 = 0$$

$$\Delta = 0 \;:\; (a-17)^2 - 4 \cdot b - 264 = 0 \;:\; a^2 - 34 \cdot a - 4 \cdot b - 264 = 0$$

$$a^2 - 34 \cdot a + 25 - 4 \cdot b = 0 \qquad a^2 - 26 \cdot a + 25 = 0$$

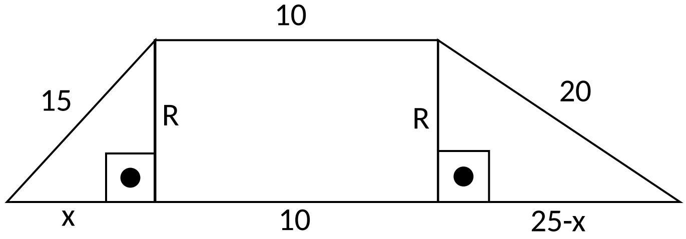
$$0 = 20 + b \implies b = -20 \qquad (0-1) \cdot (a-25) = 0$$

$$a = 25 \implies b = -50 \implies y = 25 \cdot x - 50 \implies x_0 = \frac{17-25}{2} = -5 < 6$$

$$a = 1 \implies b = -2 \implies y = x - 2 \implies x_0 = \frac{17-1}{2} = 8$$

$$\implies y = 6 \qquad (8, 6)$$

38. ALTERNATIVA D



Pitágoras:

$$R^2 + x^2 = 15^2$$

$$R^2 + (25 - x^2) = 20^2$$

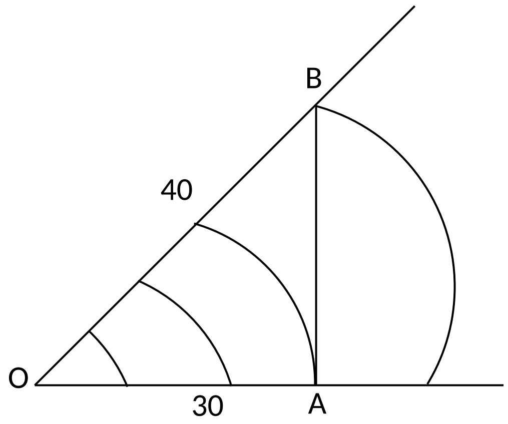
$$(25 - x)^2 - x^2 = 20^2 - 15^2 \implies 625 - 50 \cdot x + \cancel{x^2} - \cancel{x^2} = 400 - 225$$

$$\implies \cancelto{5}{50} \cdot x = \cancelto{45}{450} \implies x = 9 \implies R^2 = 225 - 81 = 144 \implies R = 12$$

$$\implies A = \frac{(35 + 10) \cdot \cancelto{6}{12}}{\cancel{2}} = 45 \cdot 6 = 270$$

39. ALTERNATIVA A

Isolando o triângulo:



$$A = \frac{\cancelto{20}{40} \cdot 30}{\cancel{2}} \cdot sen(30°) - \frac{\pi \cdot 10^2 \cdot \cancelto{1}{30°}}{\cancelto{12}{360°}}$$

$$A = 20 \cdot \cancelto{15}{30} \cdot \frac{1}{\cancel{2}} - \frac{100 \cdot \pi}{12}$$

$$A = 300 - 25 = 275$$

40. ALTERNATIVA D

$$E = \frac{\cancel{(x^4 + y^4)} \cdot \cancel{(x^2 + y^2)} \cdot (x + y) \cdot (x - y)}{\cancel{(x^2 + y^2)} \cdot \cancel{(x^4 + y^4)}}$$

$$\implies E = (2020 + 2019) \cdot \cancelto{1}{(2020 - 2019)} = 4039$$